

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΘΕΜΑ Α

A1. β A2. γ A3. β A4. δ

A5. Σ Λ Σ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Το ερώτημα B1 ακυρώθηκε.

B2. Σωστό είναι το (i).

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\phi}{\omega} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

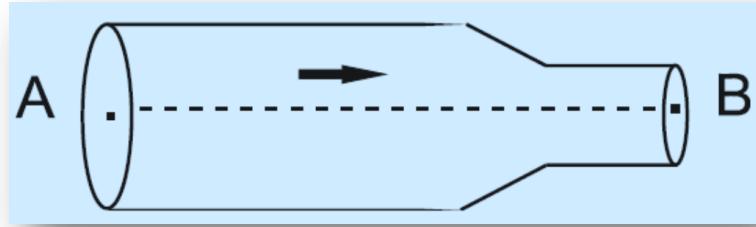
$$|t_1 - t_2| = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{|r_1 - r_2|}{v} = \frac{T}{6} \Rightarrow |r_1 - r_2| = \frac{vT}{6} = \frac{\lambda}{6}$$

όμως

$$A' = 2A \left| \sigma v v \left(2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \right| \rightarrow A' = 2A \left| \sigma v v \left(\pi \frac{\lambda}{\lambda \cdot 6} \right) \right| \rightarrow \\ A' = 2A \left| \sigma v v \left(\frac{\pi}{6} \right) \right| \rightarrow A' = 2A \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow A' = A\sqrt{3}$$

οπότε σωστό το (i)

B3. Σωστό είναι το (ii).



Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου είναι: $\frac{1}{2}\rho v_A^2 = \Lambda$ (1)

Ισχύει: $A_A = 2A_B$ (2)

Εφαρμόζουμε την αρχή της συνέχειας για τα σημεία A και B:

$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{(2)} 2A_B v_A = A_B v_B \Rightarrow v_B = 2v_A \quad (3)$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής AB:

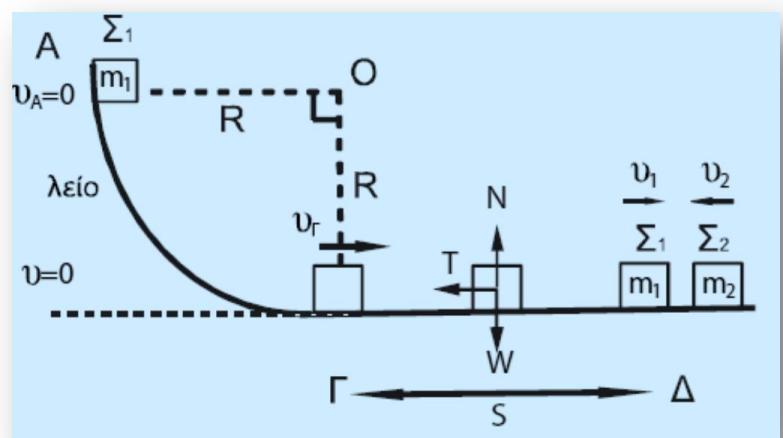
$$\begin{aligned} P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 &= P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \xrightarrow{(1),(3)} P_A + \Lambda = P_B + \frac{1}{2}\rho 4v_A^2 \Rightarrow \\ P_A - P_B &= 4\frac{1}{2}\rho v_A^2 - \Lambda \xrightarrow{(1)} P_A - P_B = 4\Lambda - \Lambda \Rightarrow P_A - P_B = 3\Lambda \rightarrow (ii) \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ) για το Σ_1 από τη θέση A στη θέση Γ, θεωρώντας ότι $U_\Gamma = 0$ έχουμε:

$$K_\Gamma + U_\Gamma = K_A + U_A \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1v_\Gamma^2 + 0 = 0 + m_1gR \Rightarrow$$



$$v_\Gamma = \sqrt{2gR} = 10 \frac{m}{s}$$

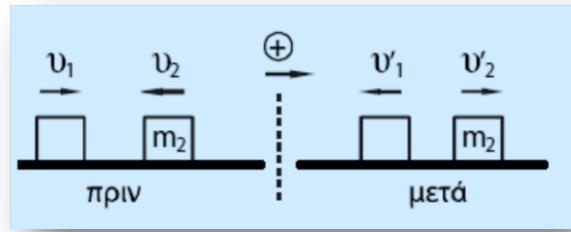
Γ2.

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) για το Σ_1 από τη θέση Γ μέχρι τη θέση Δ για να βρούμε την ταχύτητα v_1 του σώματος ακριβώς πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2 , όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα: Για την τριβή T ισχύει: $T = \mu N = \mu m_1 g$

$$K_{\Delta} - K_{\Gamma} = W_T + W_W + W_N \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_{\Gamma}^2 = -\mu m_1 g S \Rightarrow$$

$$v_1^2 - 100 = -2 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 3,6 \Rightarrow v_1^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow v_1 = \sqrt{64} = 8 \text{ m/s.}$$

Με τη χρήση των σχέσεων του σχολικού βιβλίου υπολογίζουμε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων μετά την κεντρική ελαστική κρούση. Γνωρίζουμε ότι $m_2 = 3m_1$ οπότε:



$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{-2m_1}{4m_1} 8 + \frac{6m_1}{4m_1} (-4) = -4 - 6 = -10 \frac{m}{s}$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{2m_1}{4m_1} 8 + \frac{2m_1}{4m_1} (-4) = 4 - 2 = 2 \frac{m}{s}$$

Γ3.

Η μεταβολή της ορμής για το σώμα Σ_2 (λαμβάνοντας θετική τη φορά προς τα δεξιά) είναι:

$$\overrightarrow{\Delta p}_2 = \overrightarrow{p}_{2, \text{μετά}} - \overrightarrow{p}_{2, \text{πριν}} \quad (\text{αλγεβρικά}) \xrightarrow{(+)} \overrightarrow{\Delta p}_2 = p_2' - p_2$$

$$\Delta p_2 = m_2 v'_2 - m_2 (-v_2) = m_2 (v'_2 + v_2) \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = 3 \cdot (2 + 4) \Rightarrow \Delta p_2 = 18 \text{ kg} \frac{m}{s}$$

Άρα το μέτρο της μεταβολής είναι $\Delta p_2 = 18 \text{ kg} \frac{m}{s}$ και επειδή $\Delta p_2 > 0$ η φορά είναι προς τα δεξιά.

Γ4.

Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το Σ_1 κατά την κρούση δίνεται από την σχέση:

$$\Delta K \% = \frac{K_{1, \text{μετά}} - K_{1, \text{πριν}}}{K_{1, \text{πριν}}} 100\% \Rightarrow$$

$$\Delta K \% = \left(\frac{K_{1, \text{μετά}}}{K_{1, \text{πριν}}} - 1 \right) 100\% \Rightarrow$$

$$\Delta K \% = \left(\frac{\frac{1}{2} m_1 v'_1^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} - 1 \right) 100\% = \left[\left(\frac{v'_1}{v_1} \right)^2 - 1 \right] 100\% \Rightarrow$$

$$\Delta K \% = \left[\left(\frac{10}{8} \right)^2 - 1 \right] 100\% = \left(\frac{100}{64} - 1 \right) 100\% = \frac{36}{64} 100\% = 56,25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Ο κύλινδρος κάνει σύνθετη κίνηση.

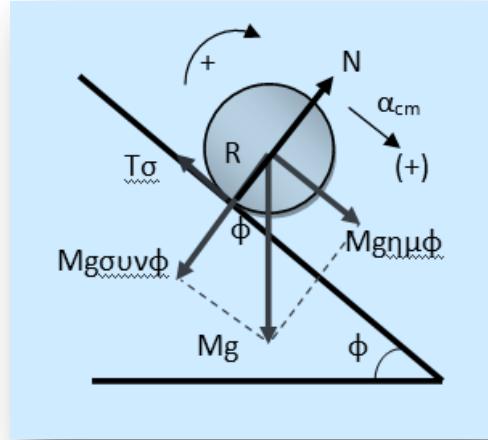
Η στατική τριβή έχει φορά προς τα πάνω, ώστε με τη ροπή της (η μοναδική ροπή στον κύλινδρο) να τον επιταχύνει στροφικά.

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\sum \vec{F}_x = M \vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - T_\sigma = M\alpha_{cm} \quad (1)$$

Για τη στροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\sum \tau_{cm} = I_{cm} \alpha_{\gamma\omega v} \Rightarrow T_\sigma R = \frac{1}{2} MR^2 \alpha_{\gamma\omega v}$$



Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega v} R$ οπότε $T_\sigma = \frac{1}{2} Ma_{cm}$ (2)

$$(1) + (2) \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = M\alpha_{cm} + \frac{1}{2} Ma_{cm} \Rightarrow g\eta\mu\phi = \frac{3}{2} \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2}{3} g\eta\mu\phi \Rightarrow \\ a_{cm} = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} \frac{m}{s}$$

Δ2.

$$\text{Επίσης } N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow \Delta\theta = N \cdot 2\pi \Rightarrow \Delta\theta = \frac{12}{\pi} \cdot 2\pi \Rightarrow \Delta\theta = 24 \text{ rad}$$

$$\text{και } a_{\gamma\omega v} = \frac{a_{cm}}{R} = \frac{100}{3} \frac{rad}{s^2}$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega v} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta\theta}{\alpha_{\gamma\omega v}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 24}{\frac{100}{3}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{144}{100}} \Rightarrow t = 1,2 \text{ s}$$

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega v} t \Rightarrow \omega = \frac{100}{3} \cdot 1,2 \Rightarrow \omega = 40 \frac{rad}{s}$$

$$\text{Οπότε η στροφορμή του είναι: } L = I\omega = \frac{1}{2} MR^2 \omega = 0,4 \text{ kg} \frac{m^2}{s}$$

Δ3.

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{x} \Rightarrow x = 2h \Rightarrow x = 2,4m$$

$$x = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,4}{\frac{10}{3}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{14,4}{10}} \Rightarrow t = 1,2s$$

Για τον ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK_{M\varepsilon\tau}}{dt} + \frac{dK_{\Sigma\tau\rho}}{dt} = \Sigma F \cdot v_{cm} + \Sigma \tau \cdot \omega \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = Ma_{cm}(a_{cm}t) + Ia_\gamma(a_\gamma t) \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{200}{9}1,2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01 \frac{100 \cdot 100}{9}1,2 \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{240}{9} + \frac{120}{9} = \frac{360}{9} \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = 40 \frac{J}{s}$$

Δ4.

$$(2) \Rightarrow T_\sigma = \frac{1}{2} M \alpha_{cm} \Rightarrow T_\sigma = \frac{1}{2} 2 \frac{10}{3} \Rightarrow T_\sigma = \frac{10}{3} N$$

Για να μην έχω ολίσθηση πρέπει:

$$T \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{T}{N} \Rightarrow \frac{\frac{10}{3}}{20\sqrt{3}} \Rightarrow \mu \geq \frac{20}{60\sqrt{3}} \Rightarrow \mu \geq \frac{\sqrt{3}}{9} \Rightarrow$$

$$\mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{9}$$