

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015  
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1** - α

**A2** - α

**A3** - α

**A4** - γ

**A5** α - Λάθος, β - Σωστό, γ - Λάθος, δ - Λάθος, ε - Σωστό.

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.α. Σωστό το i.**

β. Για τις ταχύτητες των σωμάτων έχουμε: Από το διάγραμμα του σχήματος 4 και για την **m<sub>1</sub>**:

$$\text{Πριν την κρούση: } v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8-0}{4-0} = 2 \frac{m}{s}.$$

$$\text{Μετά την κρούση: } v'_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-8}{12-4} = -1 \frac{m}{s}.$$

Από το διάγραμμα του σχήματος 5 και για την **m<sub>2</sub>**:

$$\text{Πριν την κρούση: επειδή } x=\text{σταθ}=> v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0$$

$$\text{Μετά την κρούση: } v'_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16-8}{12-4} = \frac{8}{8} = 1 \frac{m}{s}$$

Αφού μετά την κρούση είναι  $v_1 \neq v_2$  η κρούση δεν είναι πλαστική.

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά την κρούση έχουμε:

$$\text{ΑΔΟ: } m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \rightarrow m_2 = m_1 \frac{(v_1 - v'_1)}{(v'_2 - v_2)} m_1 = 1 \frac{2+1}{1} = 3 \text{ kg}$$

$$\left( \begin{array}{l} K = K_1 + K_2 = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{4}{2} + 0 = 2 \text{ J} \\ K' = K'_1 + K'_2 = \frac{p'_1{}^2}{2m_1} + \frac{p'_2{}^2}{2m_2} = \frac{1}{2} + \frac{9}{6} = 2 \text{ J} \end{array} \right) \rightarrow K = K' \rightarrow \boxed{i}$$

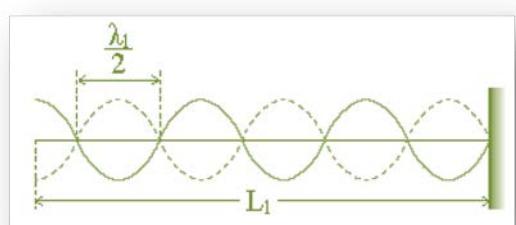
Αφού **K<sub>πριν</sub> = K<sub>μετά</sub>** η κρούση είναι ελαστική.

**B2.α. Σωστό το i.**

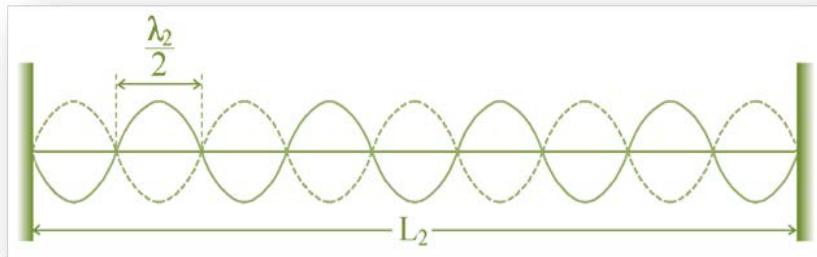
β. Για το στάσιμο κύμα γνωρίζουμε ότι η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι  $\lambda/2$  και η απόσταση δεσμού και διπλανής κοιλίας είναι  $\lambda/4$ .

Για το γραμμικό ελαστικό μέσο (1) μήκους  $L_1$  δόθηκε ότι εκτός από το ένα ακλόνητο άκρο όπου έχουμε δεσμό, έχουμε και άλλους 5 δεσμούς. Όπως φαίνεται από το διπλανό σχήμα. ισχύει:

$$L_1 = \ell = 5 \frac{\lambda_1}{2} + \frac{\lambda_1}{4} = \frac{11}{4} \lambda_1 = \frac{11}{4} \frac{\nu}{f_1} \rightarrow f_1 = \frac{11 \nu}{4 \ell} \quad (1)$$



Για το γραμμικό ελαστικό μέσο (2) μήκους  $L_2$ , δόθηκε ότι εκτός από τα δύο ακλόνητα άκρα όπου έχουμε δεσμούς, έχουμε και άλλους 8 δεσμούς. Όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα ισχύει:



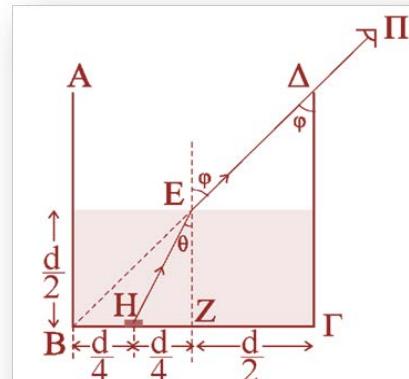
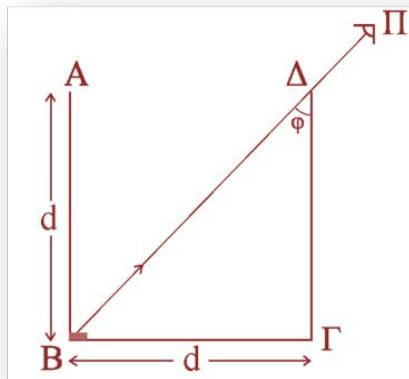
$$L_2 = 2\ell = 18 \frac{\lambda_2}{4} = \frac{9}{2} \frac{v}{f_2} \rightarrow f_2 = \frac{9}{4} \frac{v}{\ell} \quad (2)$$

Επειδή τα γραμμικά μέσα είναι από το ίδιο υλικό, έχουμε την ίδια ταχύτητα διάδοσης. Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2)

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{11}{4} \frac{v}{\ell}}{\frac{9}{4} \frac{v}{\ell}} = \frac{11}{9} : \text{ Σωστή επομένως η i.}$$

### B3.α. Σωστό το ii.

β. Έστω  $d$  το μήκος των ακμών του κυβικού δοχείου και  $\Pi$  η σταθερή θέση του παρατηρητή.



Από το σχήμα όταν το δοχείο είναι άδειο έχουμε:

$$\varepsilon \varphi \varphi = \frac{d}{d} = 1$$

Όταν γεμίσουμε το δοχείο και μετατοπίσουμε το κέρμα κατά  $d/4$  έχουμε:

$$\varepsilon \varphi \theta = \frac{\frac{d}{4}}{\frac{d}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n \cdot \eta \mu \theta = 1 \cdot \eta \mu \varphi \\ \eta \mu^2 \phi = \frac{\varepsilon \varphi^2 \phi}{1 + \varepsilon \varphi^2 \phi} \end{array} \right. \rightarrow n^2 = \frac{\eta \mu^2 \varphi}{\eta \mu^2 \theta} = \frac{\frac{\varepsilon \varphi^2 \varphi}{1 + \varepsilon \varphi^2 \varphi}}{\frac{\varepsilon \varphi^2 \theta}{1 + \varepsilon \varphi^2 \theta}} \rightarrow n^2 = \frac{\frac{1}{1+1}}{\frac{1}{1+\frac{1}{4}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{5}{2} \rightarrow \boxed{ii}$$

$$\varepsilon \varphi \varphi = \frac{d}{d} = 1, \quad \varepsilon \varphi \theta = \frac{d}{d} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Οι ροπές των βαρών των δύο ράβδων προκαλούν την περιστροφή περί το A. Αφού στη δοσμένη θέση επιτυγχάνεται η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα σημαίνει στο σημείο αυτό η συνολική ροπή μηδενίζεται και αμέσως μετά επιβραδύνεται. Άρα στη θέση αυτή οι ροπές των δύο βαρών ως προς A γίνονται ίσες (κατά μέτρο). Έτσι:  $\Sigma \tau_{(A)} = 0 \quad w_1 \cdot (AO - w_2 \cdot (BA) = 0$

$$m_1 g \frac{\ell_1}{2} \eta \mu 30^\circ = m_2 g \frac{\ell_2}{2} \eta \mu 30^\circ \rightarrow \boxed{m_1 = m_2 \frac{\ell_2}{\ell_1} = 5 \text{ kg}}$$

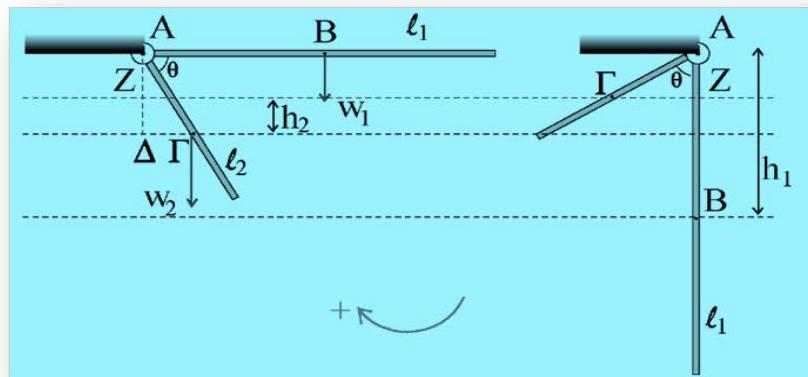
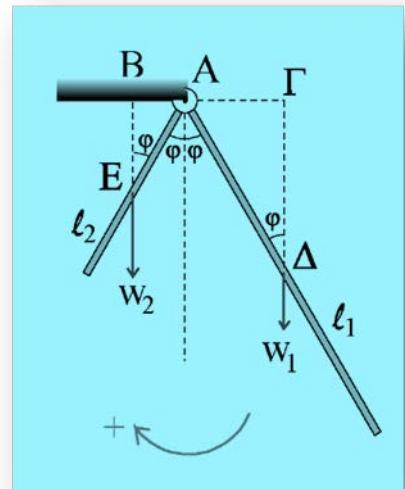
**Γ2.** Το κέντρο μάζας B της ράβδου  $\ell_1$  κατέβηκε κατά  $h_1 = \ell_1/2 = 2 \text{ m}$ , ενώ το κέντρο μάζας Γ της ράβδου  $\ell_2$  ανέβηκε κατά

$\Rightarrow h_2 = 0,35 \text{ m}$ . Αφού σταματά στιγμιαία, σημαίνει ότι η μείωση της δυναμικής ενέργειας της ράβδου 1 θα εμφανιστεί ως αύξηση της δυναμικής ενέργειας της ράβδου 2 εφόσον δεν υπάρχουν τριβές. Η μείωση της δυναμικής ενέργειας της πρώτης από την αρχική της θέση είναι:  $\Delta U_1 = m_1 g \frac{\ell_1}{2}$ .

$$\text{Η αύξηση της 2 είναι: } |\Delta U_2| = \left| m_2 g \frac{\ell_2}{2} \sigma v \nu 30^\circ - m_2 g \frac{\ell_2}{2} \sigma v \nu 60^\circ \right| = m_2 g \frac{\ell_2}{2} \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

Από ΑΔΜΕ έχουμε:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U_1 = m_1 g \frac{\ell_1}{2} \\ |\Delta U_2| = m_2 g \frac{\ell_2}{2} \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{array} \right. \rightarrow m_1 g \frac{\ell_1}{2} = m_2 g \frac{\ell_2}{2} \frac{\sqrt{3}-1}{2} \rightarrow \boxed{m_1 = m_2 \frac{\ell_2 \sqrt{3}-1}{\ell_1} = 1,75 \text{ kg}}$$



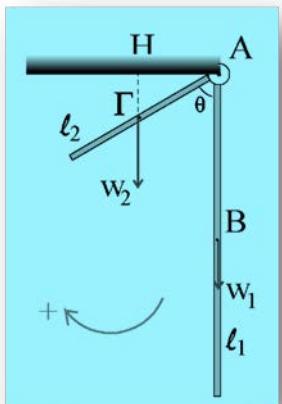
**Γ3.** Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων είναι:

$$I_1 + I_2 = \frac{1}{3} (m_1 \ell_1^2 + m_2 \ell_2^2) = \frac{68}{3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Από τον θεμελιώδη νόμο για την στροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(A)} = I_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{\sum \tau_A}{I_1 + I_2} = \frac{m_2 g \frac{\ell_2}{2} \eta \mu 60^\circ}{\frac{1}{3} (m_1 \ell_1^2 + m_2 \ell_2^2)} = \frac{-10 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{68}{3}} = -3,75 \text{ rad/s}^2$$



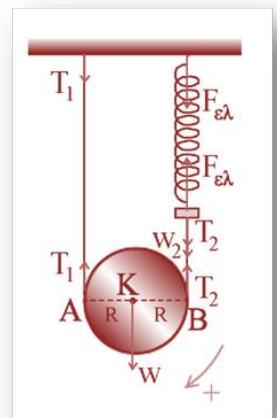
**Γ4.** Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου  $\ell_2$  στην ίδια θέση είναι:  $\frac{dL_2}{dt} = I_2 a_\gamma = \frac{1}{3} m_2 \ell_2^2 a_\gamma = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 2^2 \cdot (-3,75) = -50 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = -50 \text{ Nm}$

### ΘΕΜΑ Δ

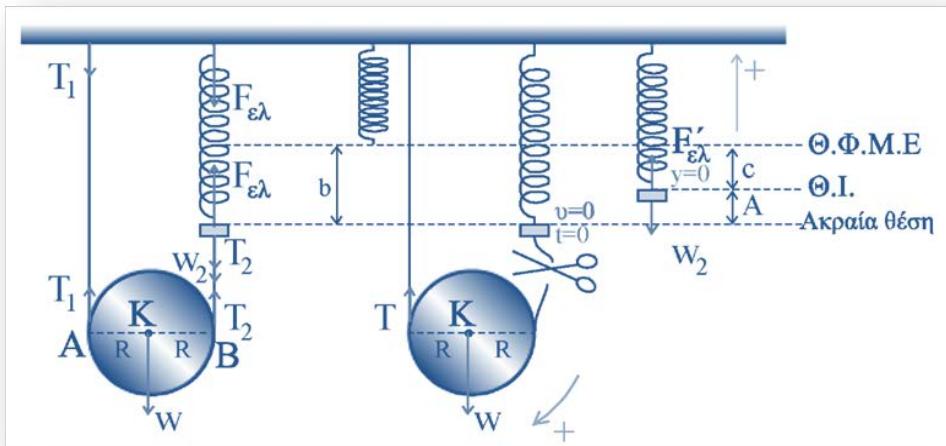
**Δ1.** Από ισορροπία, , της τροχαλίας έχουμε:

$$\begin{cases} T_1 + T_2 = Mg \\ T_1 R = T_2 R \end{cases} \rightarrow T_1 = T_2 = \frac{1}{2} Mg = 8 \text{ N}$$

Από ισορροπία σώματος έχουμε:  $F_{el} = mg + T_2 = mg + \frac{1}{2} Mg = 22,4 \text{ N}$



**Δ2.** Μετά την κοπή του νήματος η τροχαλία κινείται και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει (έπρεπε να δοθεί) οπότε ισχύει:  $v_{\gamma\rho} = \omega \cdot R$  (1)  $a_{cm} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\rho} \cdot R$  (2)



Από δυναμική κίνησης τροχαλίας, για την μεταφορική κίνηση της τροχαλίας και για την στροφική κίνηση της τροχαλίας έχουμε:

$$\begin{cases} Mg - T = Ma_{cm} \\ TR = \frac{1}{2} MR^2 \frac{a_{cm}}{R} \end{cases} \rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3} g = \frac{20}{3} \text{ m/s}^2.$$

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  που κόβουμε το νήμα το σώμα μ ξεκινάει την ταλάντωσή του με  $v = 0$ , δηλαδή από την κάτω ακραία θέση ( $y = -A$ ).

Η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma$  μηδενίζεται για πρώτη φορά στην επάνω ακραία θέση, δηλαδή τη χρονική στιγμή:  $D = k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5}{3}\pi \frac{rad}{s} \rightarrow t = \frac{1}{2}T = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{3}{5} = 0,6 s$

Η κίνηση του κέντρου μάζας είναι ομαλά επιταχυνόμενη και άρα:

$$h = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 = \frac{1}{2} \frac{2}{3}gt^2 = \frac{1}{3}gt^2 = 1,2 m$$

**Δ3.** Την  $t = 0$  βρίσκεται ακίνητο στη θέση  $x = -A = -0,2 m$  κάτω από τη θέση ισορροπίας.

Τη χρονική στιγμή που κόβουμε το νήμα η παραμόρφωση του ελατηρίου

$$\text{είναι: } F_{el} = K\Delta\ell = Kd \Rightarrow d = \frac{F_{el}}{K} = \frac{22,4}{40} = 0,56 m$$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$  ισχύει η

$$\text{σχέση: } \Sigma F = 0 \Rightarrow mg = K\Delta\ell = Kc \Rightarrow c = \frac{mg}{k} = 0,36 m$$

$$\text{Από το σχήμα το πλάτος της ταλάντωσης είναι: } A = b - c = \frac{22,4}{40} - \frac{14,4}{40} = \frac{8}{40} = 0,2 m$$

$$D = k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5}{3}\pi \frac{rad}{s}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= A\eta\mu(\omega t + \phi) = 0,2\eta\mu\left(\frac{5}{3}\pi t + \varphi_o\right), \quad (SI) \\ \text{και } x &= -A \end{aligned} \right\} \Rightarrow -A = 0,2\eta\mu\left(\frac{5}{3}\pi t + \varphi_o\right) \Rightarrow -0,2 = 0,2\eta\mu\left(\frac{5}{3}\pi t + \varphi_o\right)$$

$$\Rightarrow \varphi_o = \pi/2 \quad (1) \quad \text{ή} \quad \varphi_o = 3\pi/2 \quad (2) \quad \text{δεκτή } \eta \quad (2)$$

$$\text{Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι: } x = A\eta\mu(\omega t + \phi) = 0,2\eta\mu\left(\frac{5}{3}\pi t + 3\pi/2\right)$$

**Δ4.** Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,6 s$  το κέντρο μάζας  $K$  της τροχαλίας έχει ταχύτητα μέτρου:

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας μετά από  $t$  είναι:  $v_{cm} = a_{cm}t = 4 \frac{m}{s}$ . Το  $\Gamma$  έχει δύο ταχύτητες μια κατακόρυφη του κέντρου μάζας και μια εκ περιστροφής ως προς τον άξονά της οριζόντια και προς τα αριστερά με τιμή  $v' = \omega R = v_{cm}$ . Άρα:  $v_\Gamma = v_{cm}\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \frac{m}{s}$  με διεύθυνση  $45^\circ$  ως προς το οριζόντιο επίπεδο και προς τα κάτω