

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2016**
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1 – δ
A2 – β
A3 – γ
A4 – δ
A5 α – Σ, β – Σ, γ – Λ, δ – Λ, ε – Σ.

ΘΕΜΑ Β

B1.a. Σωστό το ii.

β. Οι ταλαντώσεις έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα ω , άρα και την ίδια σταθερή επαναφοράς $D = m \cdot \omega^2$.

Επειδή η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ rad, για το πλάτος A' της συνισταμένης ταλάντωσης έχουμε:

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow A'^2 = A_1^2 + A_2^2 \quad (1)$$

Ενέργεια 1^{ης} ταλάντωσης: $E_1 = \frac{1}{2} D A_1^2 \quad (2)$

Ενέργεια 2^{ης} ταλάντωσης: $E_2 = \frac{1}{2} D A_2^2 \quad (3)$

Ενέργεια συνισταμένης ταλάντωσης: $E = \frac{1}{2} D A'^2 \xrightarrow{(1)} E = \frac{1}{2} D (A_1^2 + A_2^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow E = \frac{1}{2} D A_1^2 + \frac{1}{2} D A_2^2 \xrightarrow{(3)} E = E_1 + E_2.$

B2.a. Σωστό το ii.

β. Επειδή η αρχή του άξονα O(x = 0) έχει εξίσωση $y = A \eta μω t$ και το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του Oy η φάση του κύματος περιγράφεται από τη σχέση:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (1)$$

Από το διάγραμμα της φάσης των σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση x που δόθηκε για τη χρονική στιγμή $t = 2$ s, έχουμε :

$$\text{Για } x = 0 \text{ είναι } \varphi = 10\pi \text{ rad} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 10\pi = \frac{2\pi}{T} \cdot 2 \Rightarrow 10 = \frac{4}{T} \Rightarrow T = 0,4 \text{ s.}$$

$$\text{Για } x = 5 \text{ m είναι } \varphi = 5\pi \text{ rad} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 5\pi = \frac{2\pi}{0,4} \cdot 2 - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 5 \Rightarrow 5 = 10 - \frac{10}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m.}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

$$v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{2}{0,4} \Rightarrow v = 5 \text{ m/s.}$$

B3.a. Σωστό το i.

β. Η απόσταση της οπής από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι:

$$d = h - y = h - \frac{h}{2} \Rightarrow d = \frac{h}{2} \quad (1)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του Torricelli η οριζόντια ταχύτητα εκροής του υγρού είναι:

$$v = \sqrt{2gd} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} v = \sqrt{2g \frac{h}{2}} \Rightarrow v = \sqrt{gh} \quad (2)$$

Η κατακόρυφη κίνηση της φλέβας είναι ελεύθερη πτώση, οπότε ο χρόνος της κίνησης είναι:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (3)$$

Η οριζόντια κίνηση της φλέβας είναι ευθύγραμμη ομαλή, οπότε η οριζόντια απόσταση x είναι:

$$x = v \cdot t \stackrel{(2)}{\Rightarrow} x = \sqrt{gh} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow x = \sqrt{gh \cdot \frac{h}{g}} \Rightarrow x = h.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k = 100 \text{ N/m}$. Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε:

$$\begin{aligned} K_1 + U_1 &= E \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x_1^2 &= \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 + D \cdot \left(\frac{A\sqrt{3}}{2} \right)^2 = D \cdot A^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 + D \cdot \frac{3A^2}{4} &= D \cdot A^2 \Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 = D \cdot A^2 - \frac{3 \cdot D \cdot A^2}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot v_1^2 &= \frac{D \cdot A^2}{4} \Rightarrow v_1^2 = \frac{100 \cdot 0,4^2}{4} \Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = \pm 2 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Επειδή το σώμα κινείται προς τη θετική φορά, δεκτή λύση είναι η

$$v_1 = 2 \text{ m/s}.$$

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά πλαστική κρούση στη διεύθυνση του οριζόντιου άξονα έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_{2x} = (m_1 + m_2) \cdot V_k \Rightarrow$$

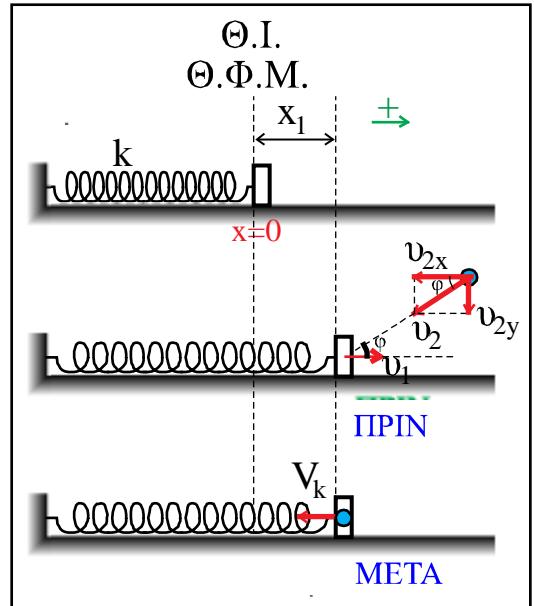
$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_2 \cdot \sin\varphi = (m_1 + m_2) \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 2 - \beta \cdot 8 \cdot \frac{1}{\beta} = (1 + 3) \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 - 8 = 4 \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6 = 4 \cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_k = -\frac{3}{2} \text{ m/s}.$$



Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι το συσσωμάτωμα κινείται προς την αρνητική φορά, δηλαδή προς την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Το σύστημα ελατήριο – συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k = 100 \text{ N/m}$. Η προσθήκη της μάζας m_2 στην m_1 δεν μεταβάλλει την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, επειδή το ελατήριο είναι οριζόντιο. Έτσι η ταλάντωση του συσσωματώματος ξεκινάει από την θέση με απομάκρυνση και πάλι την $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} = \frac{0,4\sqrt{3}}{2} = 0,2\sqrt{3} \text{ m}$.

Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στη νέα ταλάντωση έχουμε:

$$\begin{aligned}
 K'_1 + U'_1 &= E' \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V_k^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x_1^2 &= \frac{1}{2} \cdot D \cdot A'^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 100 \cdot (0,2 \cdot \sqrt{3})^2 &= 100 \cdot A'^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow 4 \cdot \frac{9}{4} + 100 \cdot 0,04 \cdot 3 &= 100 \cdot A'^2 \Rightarrow 9 + 12 = 100 \cdot A'^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow A'^2 &= \frac{21}{100} \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{21}}{10} \text{ m} \Rightarrow A' = 0,1\sqrt{21} \text{ m}
 \end{aligned}$$

Γ3. Η ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι:

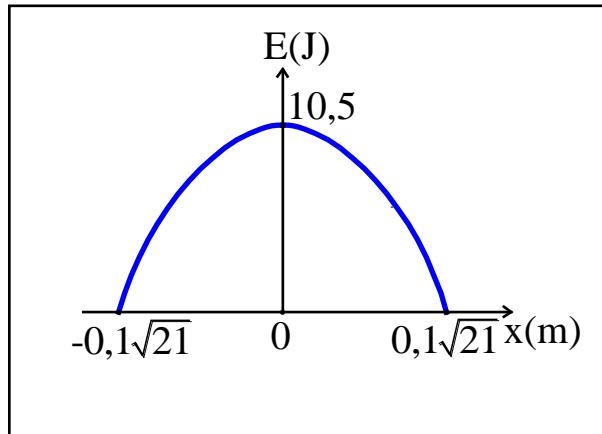
$$E' = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A'^2 \Rightarrow E' = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \left(\frac{\sqrt{21}}{10}\right)^2 \Rightarrow E' = 10,5 \text{ J.}$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε:

$$\begin{aligned}
 K + U = E' &\Rightarrow K = -U + E' \Rightarrow \\
 \Rightarrow K = -\frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 + E' &\Rightarrow K = -\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot x^2 + 10,5 \Rightarrow \\
 \Rightarrow K = -50x^2 + 10,5 \quad (1) \text{ (S.I.)} &
 \end{aligned}$$

$$\muε - A' \leq x \leq A \Rightarrow -0,1\sqrt{21} \text{ m} \leq x \leq 0,1\sqrt{21} \text{ m}$$

Η γραφική παράσταση της (1) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Γ4. Για την κινητική ενέργεια του συστήματος έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{Πριν την κρούση: } K_{\text{πριν}} &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow K_{\text{πριν}} = 2 + 96 \Rightarrow \\ &\Rightarrow K_{\text{πριν}} = 98 \text{ J}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Μετά την κρούση: } K_{\text{μετά}} &= \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V_k^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} \cdot (1+3) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{9}{4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow K_{\text{μετά}} = \frac{9}{2} \text{ J}. \end{aligned}$$

Απώλεια κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα Q:

$$Q = |\Delta K| = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = 98 - \frac{9}{2} \Rightarrow Q = \frac{187}{2} \text{ J}.$$

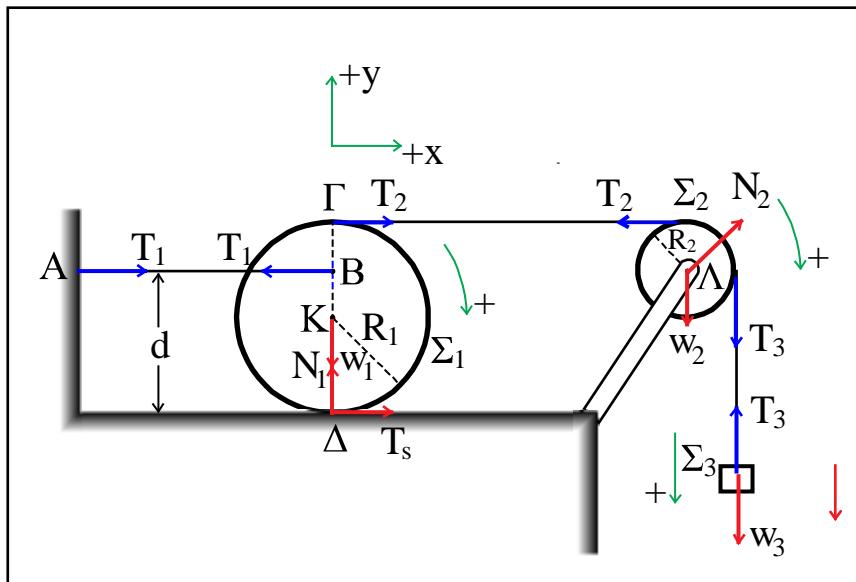
Έτσι το ποσοστό επί τοις εκατό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

$$\begin{aligned} Q\% &= \frac{|\Delta K|}{K_{\text{πριν}}} \cdot 100\% \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q\% = \frac{\frac{187}{2}}{98} \cdot 100\% \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Q\% = \frac{18700}{196}\% = \frac{4675}{49}\% \cong 95,41\%.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Επειδή το σώμα Σ_3 ισορροπεί ισχύει:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_3 - w_3 = 0 \Rightarrow T_3 = M_3 \cdot g \Rightarrow T_3 = 10 \text{ N}.$$

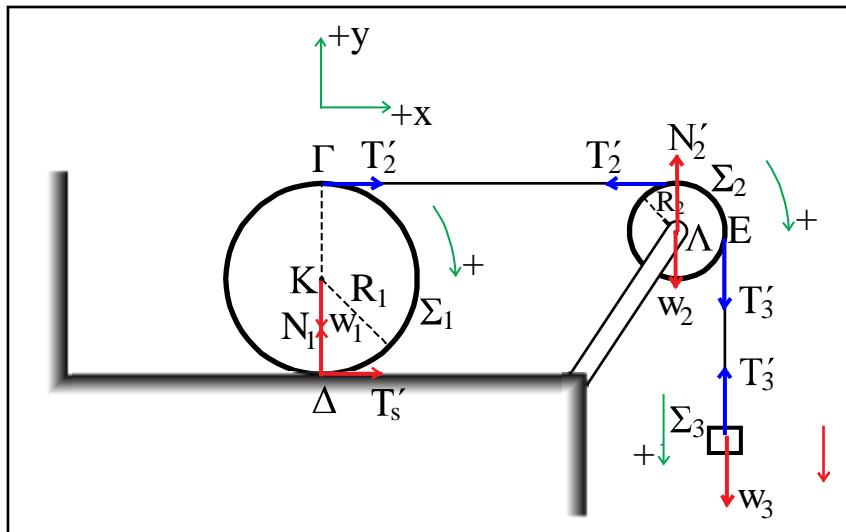
Επειδή η τροχαλία Σ_2 δεν στρέφεται ισχύει: $\sum \tau_{(\Lambda)} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_3 \cdot R_2 - T_2 \cdot R_2 = 0 \Rightarrow T_2 = T_3 = 10 \text{ N}.$$

Επειδή ο δίσκος Σ_1 δεν στρέφεται ισχύει: $\sum \tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_2 \cdot (\Gamma \Delta) - T_1 \cdot d = 0 \Rightarrow T_2 \cdot 2 \cdot R_1 = T_1 \cdot \frac{3}{2} \cdot R_1 \Rightarrow T_1 = \frac{40}{3} \text{ N}.$$

Δ2.



Μετά την κοπή του νήματος (1) το σώμα Σ_3 αρχίζει να κατεβαίνει με ταχύτητα v_{cm3} και επιτάχυνση α_{cm3} . Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην τροχαλία ισχύει:

$$v_{cm3} = v_{\gamma\rho_{(τροχ)}} = \omega_2 \cdot R_2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \alpha_{cm3} = \alpha_{\gamma\rho_{(τροχ)}} = \alpha_{\gamma\omega v_2} \cdot R_2 \quad (2)$$

Επειδή ο δίσκος Σ_1 κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, για της ταχύτητά του v_{cm1} και την επιτάχυνσή του α_{cm1} ισχύει:

$$v_{cm1} = v_{\gamma\rho_{(δισκ)}} = \omega_1 \cdot R_1 \quad (3) \quad \text{και} \quad \alpha_{cm1} = \alpha_{\gamma\rho_{(δισκ)}} = \alpha_{\gamma\omega v_1} \cdot R_1 \quad (4)$$

Τέλος, επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, για τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις ισχύουν:

$$v_{cm_3} = v_E = v_\Gamma = 2v_{cm_1} \quad (5) \quad \text{και} \quad a_{cm_3} = a_E = a_\Gamma = 2a_{cm_1} \quad (6)$$

Για την μεταφορική κίνηση του σώματος Σ_3 έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = M_3 \cdot a_{cm_3} &\Rightarrow w_3 - T'_3 = M_3 \cdot a_{cm_3} \Rightarrow M_3 \cdot g - T'_3 = M_3 \cdot a_{cm_3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 \cdot 10 - T'_3 = 1 \cdot a_{cm_3} \Rightarrow T'_3 = 10 - a_{cm_3} \end{aligned} \quad (7)$$

Για την στροφική κίνηση της τροχαλίας Σ_2 έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(\Lambda)} &= I_2 \cdot a_{\gamma \omega v_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T'_3 \cdot R_2 - T'_2 \cdot R_2 = \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot R_2^2 \cdot a_{\gamma \omega v_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T'_3 - T'_2 = \frac{1}{2} \cdot \cancel{R_2} \cdot R_2 \cdot a_{\gamma \omega v_2} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T'_3 - T'_2 = a_{cm_3} \end{aligned} \quad (8)$$

Για την μεταφορική κίνηση του δίσκου Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma F_x = M_1 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow T'_2 + T'_s = M_1 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow T'_2 + T'_s = 8 \cdot a_{cm_1} \quad (9)$$

Για την στροφική κίνηση του δίσκου Σ_1 έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(K)} &= I_1 \cdot a_{\gamma \omega v_1} \Rightarrow T'_2 \cdot R_1 - T'_s \cdot R_1 = \frac{1}{2} \cdot M_1 \cdot R_1^2 \cdot a_{\gamma \omega v_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T'_2 - T'_s = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot R_1 \cdot a_{\gamma \omega v_1} \stackrel{(4)}{\Rightarrow} T'_2 - T'_s = 4 \cdot a_{cm_1} \end{aligned} \quad (10)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των (9) και (10) έχουμε:

$$\Rightarrow 2T'_2 = 12 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow T'_2 = 6 \cdot a_{cm_1} \quad (11)$$

Η (8) λόγω της (7) και της (11) γίνεται:

$$\begin{aligned} 10 - a_{cm_3} - 6a_{cm_1} &= a_{cm_3} \Rightarrow 10 - 6a_{cm_1} = 2a_{cm_3} \stackrel{(6)}{\Rightarrow} 10 - 6a_{cm_1} = 2 \cdot 2 \cdot a_{cm_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 = 10a_{cm_1} \Rightarrow a_{cm_1} = 1 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Και από την (6) προκύπτει ότι $a_{cm_3} = 2 \text{ m/s}^2$

Δ3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_3 είναι:

$$\begin{aligned} v_{cm_3} &= a_{cm_3} \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{cm_3} = 2 \cdot 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{cm_3} = 2 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Από την (1) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητα της τροχαλίας την ίδια στιγμή είναι:

$$(1) \Rightarrow \omega_2 = \frac{v_{cm_3}}{R_2} = \frac{2}{0,1} \Rightarrow \omega_2 = 20 \text{ rad/s}$$

Έτσι το μέτρο της στροφορμής της είναι:

$$\begin{aligned} L_2 &= I_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot R_2^2 \cdot \omega_2 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (0,1)^2 \cdot 20 \Rightarrow \\ &\Rightarrow L_2 = 0,2 \text{ Kgm}^2/\text{s}. \end{aligned}$$

Δ4. Το Σώμα Σ_3 τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ έχει κατέβει κατακόρυφα κατά

$$h = \frac{1}{2} \cdot a_{cm_3} \cdot t_1^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 \Rightarrow h = 1 \text{ m}.$$

Έτσι η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ_3 είναι:

$$\begin{aligned} \Delta U &= -W_{w_3} \Rightarrow \Delta U = -M_3 \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta U = -1 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta U = -10 \text{ J}. \end{aligned}$$