

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')  
ΔΕΥΤΕΡΑ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ  
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1 - γ  
 A2 - α  
 A3 - α  
 A4 - β  
 A5 α - Σ, β - Λ, γ - Λ, δ - Λ, ε - Σ.

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.a. Σωστό το ii.**

β. Αφού οι μονοχρωματικές ακτίνες 1 και 2 είναι παράλληλες, θα έχουν την ίδια γωνία πρόσπτωσης φ. Έστω  $\theta_1$  και  $\theta_2$  οι γωνίες διάθλασης για τις μονοχρωματικές ακτίνες 1 και 2 αντίστοιχα. Από το νόμο του Snell έχουμε:  
 Για τη διάθλαση της μονοχρωματικής ακτίνας 1 από το οπτικό μέσο α στο οπτικό μέσο β:

$$\frac{\eta\mu\phi}{\eta\mu\theta_1} = \frac{n_\beta}{n_\alpha} \quad (1)$$

Για τη διάθλαση της μονοχρωματικής ακτίνας 2 από το οπτικό μέσο α στο οπτικό μέσο γ:

$$\frac{\eta\mu\phi}{\eta\mu\theta_2} = \frac{n_\gamma}{n_\alpha} \quad (2)$$

Με διαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\eta\mu\phi}{\eta\mu\theta_1} = \frac{n_\beta}{n_\alpha} \\ \frac{\eta\mu\phi}{\eta\mu\theta_2} = \frac{n_\gamma}{n_\alpha} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\eta\mu\theta_2}{\eta\mu\theta_1} = \frac{n_\beta}{n_\gamma} \Rightarrow \eta\mu\theta_2 < \eta\mu\theta_1 \quad (3)$$

Δόθηκε όμως  $n_\beta < n_\gamma$   
 Επειδή είναι  $\theta_1, \theta_2 < 90^\circ$  ισχύει:

$$\eta\mu\theta_2 < \eta\mu\theta_1 \Rightarrow \theta_2 < \theta_1.$$

**B2.a. Σωστό το iii.**

β. Το σύστημα των δύο μαθητών Α και Β είναι μονωμένο διότι:

1) Οι εξωτερικές δυνάμεις των βαρών τους και οι εξωτερικές κάθετες δυνάμεις που δέχονται από το δάπεδο έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν.

2) Οι δυνάμεις που ασκούν μέσω του σχοινιού ο ένα στον άλλο είναι εσωτερικές.

Έτσι η ορμή του συστήματος θα παραμένει σταθερή.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow 0 = (m_A + m_B) \cdot V_k \Rightarrow \mathbf{V}_k = \mathbf{0}.$$

### B3.a. Σωστό το ii.

**β.** Έστω  $\ell$  το μήκος της αβαρούς ράβδου.

Για τη ροπή αδράνειας του συστήματος έχουμε:

$$\text{Πριν την κοπή του νήματος: } I_{\pi\rho\text{iv}} = 2md^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Μετά την κοπή του νήματος: } I_{\pi\rho\text{iv}} = 2m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \\ \text{Είναι } d < \frac{\ell}{2} \Leftrightarrow d^2 < \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 2md^2 < 2m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow I_{\pi\rho\text{iv}} < I_{\mu\text{ετά}} \quad (1)$$

Επειδή τα βάρη των μεταλλικών χανδρών είναι παράλληλα προς τον άξονα περιστροφής, δεν έχουν ροπή, οπότε διατηρείται η στροφορμή του συστήματος.

$$L_{\pi\rho\text{iv}} = L_{\mu\text{ετά}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{\pi\rho\text{iv}} \cdot \omega_{\pi\rho\text{iv}} = I_{\mu\text{ετά}} \cdot \omega_{\mu\text{ετά}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_{\mu\text{ετά}}}{\omega_{\pi\rho\text{iv}}} = \frac{I_{\pi\rho\text{iv}}}{I_{\mu\text{ετά}}} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \omega_{\mu\text{ετά}} < \omega_{\pi\rho\text{iv}}.$$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Επειδή η αρχή του άξονα  $O(x = 0)$  ξεκινάει να ταλαντώνεται με εξίσωση  $y = 0,1\text{ημωτ}$  και το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του  $Ox$ , έχουμε ότι το πλάτος είναι  $A = 0,2\text{ m}$  και η φάση του κύματος περιγράφεται από τη σχέση:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x \quad (1)$$

Από το διάγραμμα της φάσης των σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  που δόθηκε για τη χρονική στιγμή  $t = 2\text{ s}$ , έχουμε:

$$\text{Για } x = 0 \text{ είναι } \varphi = 10\pi \text{ rad} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 10\cancel{\pi} = \frac{2\pi}{T} \cdot 2 \Rightarrow 10 = \frac{4}{T} \Rightarrow T = 0,4\text{ s}.$$

$$\text{Για } x = 2\text{ m είναι } \varphi = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 0 = \frac{2\pi}{0,4} \cdot 2 - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2 \Rightarrow \lambda = 0,4\text{ m}.$$

**Γ2.** Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

$$v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{0,4}{0,4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 1 \text{ m/s}.$$

**Γ3.** Είναι  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$ .

Αφού το  $O(x = 0)$  έχει εξίσωση  $y = 0,1\eta\mu 5\pi t$  (S.I.) τότε η εξίσωση του κύματος είναι:

$$\begin{aligned} y &= A\eta\mu \left( \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 0,1\eta\mu \left( 5\pi t - \frac{2\pi}{0,4}x \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 0,1\eta\mu(5\pi t - 5\pi x) \text{ (S.I.)} \end{aligned}$$

**Γ4.** Η εξίσωση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου είναι:

$$v = \omega A \sin \left( \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x \right) \Rightarrow$$

$$v = 0,5\pi \sin(5\pi t - 5\pi x) \text{ (S.I.)} \quad (2)$$

Για το σημείο  $K(x_K = 1 \text{ m})$  και για τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$  η (2) δίνει:

$$v_K = 0,5\pi \sin(5\pi \cdot 4 - 5\pi \cdot 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_K = 0,5\pi \sin(20\pi - 15\pi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_K = 0,5\pi \sin 15\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_K = -0,5\pi \text{ m/s.}$$

Επομένως το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του  $K$  που ζητήθηκε είναι:

$$|v_K| = 0,5\pi \text{ m/s.}$$

**Γ5.** Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$\begin{aligned} y &= 2A \sin \frac{2\pi}{\lambda}x \cdot \eta \mu \frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 0,2 \sin 5\pi x \cdot \eta \mu 5\pi t \text{ (S.I.)}. \end{aligned}$$

## **ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου σφαιριδίων και κυλίνδρου είναι:

$$I = I_{\kappa\lambda} + I_{\rho\alpha\beta\delta} + I_{\sigma\phi\alpha\varphi} \Rightarrow$$

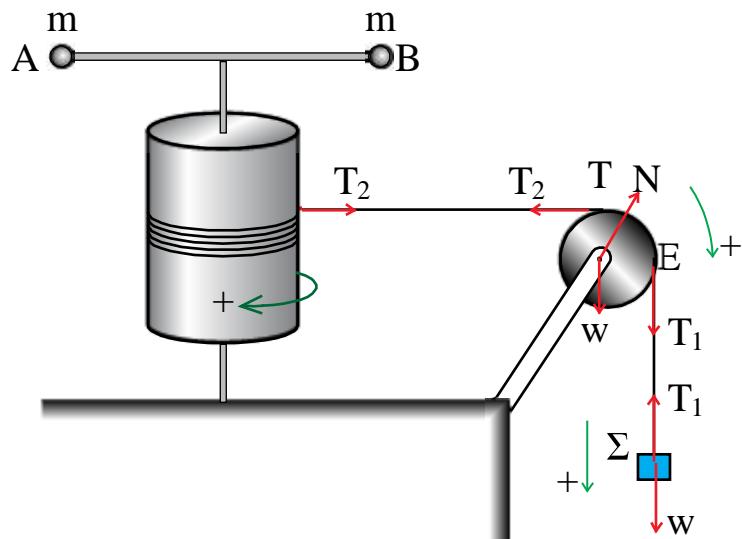
$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 + \frac{1}{12} \cdot M \cdot L^2 + 2m \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,2^2 + \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 0,6^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,3^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = 0,02 + 0,09 + 0,09 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = 0,2 \text{ Kgm}^2.$$

**Δ2.** Το σώμα  $\Sigma$  κατεβαίνει με ταχύτητα  $v_{cm}$  και επιτάχυνση  $a_{cm}$ . Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην τροχαλία  $T$  και στον κύλινδρο  $K$  ισχύει:



$$v_{cm} = v_{\gamma\rho_{(τροχ)}} = v_{\gamma\rho_{(κυλ)}} = \omega_K \cdot R_K \quad (1)$$

$$a_{cm} = a_{\gamma\rho_{(τροχ)}} = a_{\gamma\rho_{(κυλ)}} = a_{\gamma\omega v_K} \cdot R_K \quad (2)$$

Για την μεταφορική κίνηση του σώματος  $\Sigma$  έχουμε:

$$\Sigma F_y = m_1 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w - T_1 = m_1 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

(2)

$$\Rightarrow m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\stackrel{(2)}{\Rightarrow} 1,25 \cdot 10 - T_1 = 1,25 \cdot a_{\gamma\omega v_K} \cdot R_K \Rightarrow$$

$$\stackrel{(2)}{\Rightarrow} 1,25 \cdot 10 - T_1 = 1,25 \cdot a_{\gamma\omega v_K} \cdot 0,2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = 12,5 - 0,25 \cdot a_{\gamma\omega v_K} \quad (3)$$

Επειδή η τροχαλία δεν έχει μάζα, η ροπή αδράνειάς της είναι  $I_T = 0$ .

Έτσι για την στροφική κίνηση της τροχαλίας  $T$  έχουμε:

$$\Sigma \tau = I_T^0 \cdot \alpha_{\gamma\omega v_{(τροχ)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 \cdot R_{\text{τροχ}} - T_2 \cdot R_{\text{τροχ}} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow T_1 = T_2 \quad (4)$$

Για την στροφική κίνηση του συστήματος ράβδου σφαιριδίων και κυλινδρού έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma \omega v_K} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_2 \cdot R_K = I \cdot \alpha_{\gamma \omega v_K} \stackrel{(4)}{\Rightarrow} \\ \stackrel{(4)}{\Rightarrow} T_1 \cdot 0,2 = 0,2 \cdot \alpha_{\gamma \omega v_K} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_1 = \alpha_{\gamma \omega v_K} \quad (5)$$

Τα πρώτα μέλη των (3) και (5) είναι ίσα, άρα και τα δεύτερα.

$$12,5 - 0,25 \cdot \alpha_{\gamma \omega v_K} = \alpha_{\gamma \omega v_K} \Rightarrow \\ \Rightarrow 12,5 = 1,25 \cdot \alpha_{\gamma \omega v_K} \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha_{\gamma \omega v_K} = 10 \text{ rad/s}^2.$$

**Δ3.** Από την (3) το μέτρο της τάσης του νήματος  $T_1$  είναι:

$$T_1 = 12,5 - 0,25 \cdot 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow T_1 = 10 \text{ N}.$$

**Δ4.** Όταν το σύστημα ράβδος σφαιρίδια και κύλινδρος έχει εκτελέσει  $N = \frac{5}{2\pi}$

στροφές, έχει περιστραφεί κατά γωνία:

$$\theta = N \cdot 2\pi = \frac{5}{2\pi} \cdot 2\pi \Rightarrow \theta = 5 \text{ rad}$$

Άρα ο χρόνος που έχει παρέλθει είναι:

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma \omega v_K} \cdot t^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow t = 1 \text{ s}.$$

Έτσι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\omega_K = \alpha_{\gamma \omega v_K} \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega_K = 10 \cdot 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega_K = 10 \text{ rad/s}.$$

Επομένως η κινητική ενέργεια του συστήματος ράβδος σφαιρίδια κύλινδρος την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\begin{aligned} K_{\sigma v \sigma \tau} &= \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_K^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow K_{\sigma v \sigma \tau} &= \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 10^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{K}_{\sigma v \sigma \tau} &= \mathbf{10 J}. \end{aligned}$$

**Δ5.** Από την (2) το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κατεβαίνει το σώμα  $\Sigma$  είναι:

$$\begin{aligned} \alpha_{cm} &= \alpha_{\gamma \omega v_K} \cdot R_K \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha_{cm} &= 10 \cdot 0,2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha_{cm} &= 2 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Επομένως το σώμα  $\Sigma$  στον ίδιο χρόνο  $t = 1$  s κατέβηκε κατά

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow h &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{h} &= \mathbf{1 m}. \end{aligned}$$