ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (2009)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

1.γ 2.α 3.β 4.γ

5. α-Λ β-Λ γ-Σ δ-Σ ε-Λ

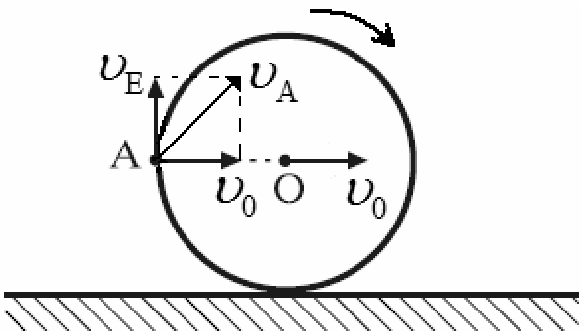
ΘΕΜΑ 2°

1. β – $\upsilon_A = \sqrt{2}\upsilon_0$

Αιτιολόγηση: Το σημείο Α έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, ίδια με αυτή του κέντρου μάζας λόγω μεταφορικής κίνησης και εφαπτομενική $\vec{\upsilon}_E$, λόγω της στροφικής κίνησης.

Από τη συνθήκη κύλισης ισχύει $\upsilon_0 = \omega \cdot R = \upsilon_E$, διότι το σημείο Α ανήκει στην περιφέρεια του κύκλου.

Επειδή ισχύει $\vec{\upsilon}_E \perp \vec{\upsilon}_0$, το μέτρο της $\vec{\upsilon}_A$ θα είναι:

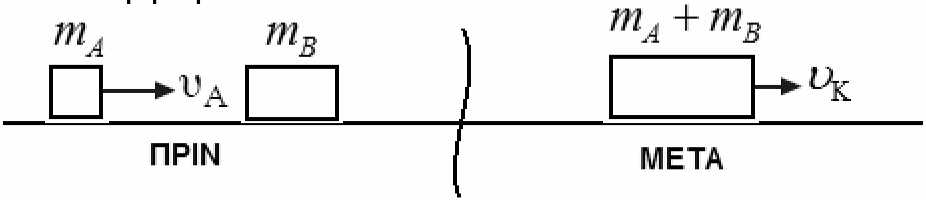


$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_E^2} \xrightarrow{\upsilon_0 = \upsilon_E}$$

$$\rightarrow \upsilon_A = \sqrt{2} \cdot \upsilon_0$$

2. β - $\Delta K = -\dfrac{m_A \upsilon_A^2}{3}$

Αιτιολόγηση:



Αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά):

$$m_A\upsilon_A = (m_A + m_B)\upsilon_K \xrightarrow{m_B = 2m_A} m_A\upsilon_A = 3m_A\upsilon_K \rightarrow \upsilon_K = \frac{\upsilon_A}{3} \quad (1)$$

$$\Delta K = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}(m_A + m_B)\upsilon_K^2 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \xrightarrow{(1)}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}3m_A\frac{\upsilon_A^2}{9} - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 = \frac{1}{6}m_A\upsilon_A^2 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \rightarrow \Delta K = -\frac{m_A\upsilon_A^2}{3}$$

3. γ – $a^2 = \omega^2\left(\upsilon_0^2 - \upsilon^2\right)$

Αιτιολόγηση:
1ος τρόπος:
Οι χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

$$\begin{cases} \upsilon = \omega A \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \varphi_0\right) \\ a = -\omega^2 A \eta\mu\left(\omega t + \varphi_0\right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma\upsilon\nu^2\left(\omega t + \varphi_0\right) = \dfrac{\upsilon^2}{\omega^2 A^2} \\ \eta\mu^2\left(\omega t + \varphi_0\right) = \dfrac{a^2}{\omega^4 A^2} \end{cases} \xrightarrow[\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\mu\acute{\epsilon}\lambda\eta]{\pi\rho o\sigma\theta\acute{\epsilon}\tau\omega}$$

$$\rightarrow \frac{\alpha^2 + \omega^2\upsilon^2}{\omega^4 A^2} = \sigma\upsilon\nu^2\left(\omega t + \varphi_0\right) + \eta\mu^2\left(\omega t + \varphi_0\right) \xrightarrow{\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\varphi_0)+\eta\mu^2(\omega t+\varphi_0)=1}$$

$$\rightarrow a^2 = \omega^4 A^2 - \omega^2\upsilon^2 \rightarrow \alpha^2 = \omega^2\left(\omega^2 A^2 - \upsilon^2\right) \xrightarrow{\upsilon_0=\omega A} \alpha^2 = \omega^2\left(\upsilon_0^2 - \upsilon^2\right)$$

2ος τρόπος:
ΑΔΕ:

$$E_T = K + U \rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dx^2 \rightarrow m\upsilon_0^2 = m\upsilon^2 + m\omega^2 x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \upsilon_0^2 = \upsilon^2 + \omega^2 x^2 \quad (1)$$

Όμως $a = -\omega^2 A\eta\mu\varphi \rightarrow \alpha = -\omega^2 x \rightarrow x = -\dfrac{a}{\omega^2} \quad (2)$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\upsilon_0^2 = \upsilon^2 + \omega^2\left(-\frac{\alpha}{\omega^2}\right)^2 \rightarrow \upsilon_0^2 - \upsilon^2 = \frac{\alpha^2}{\omega^2} \rightarrow \alpha^2 = \omega^2\left(\upsilon_0^2 - \upsilon^2\right)$$

ΘΕΜΑ 3Ο

Δεδομένη η κυματική εξίσωση $y = 0,4\eta\mu 2\pi\left(2t - 0,5x\right)\left(S.I.\right)$

α. Συγκρίνοντας την κυματική εξίσωση του προβλήματος με τη γενική μορφή εξίσωσης του κύματος $y = A\eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$, έχουμε:

$A = 0,4m$, $T = \dfrac{1}{2}s$, $f = 2Hz$, $\lambda = 2m$ και $\upsilon_K = \lambda \cdot f \rightarrow \upsilon_K = 4m/s$

β. $\upsilon_{\max} = \omega A = \dfrac{2\pi}{T}A \rightarrow \upsilon_{\max} = 1,6\pi\ m/s$

γ. $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = \dfrac{2\pi}{T} \cdot \dfrac{\Delta x}{\upsilon_K} = 2\pi\dfrac{\Delta x}{\lambda} \rightarrow \Delta\varphi = \dfrac{2\pi \cdot 1,5}{2} \rightarrow \Delta\varphi = \dfrac{3\pi}{2}\ rad$

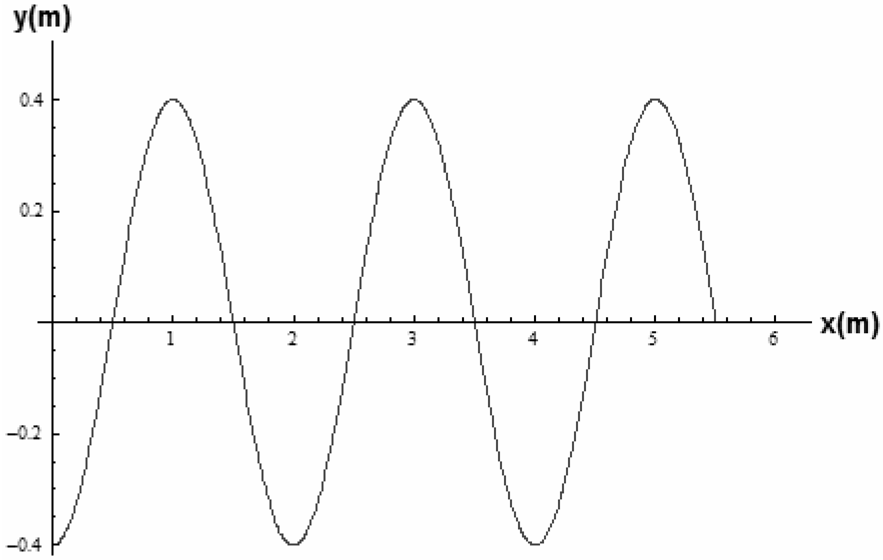
δ. Για $t = \dfrac{11}{8}s$, η εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος θα είναι:

$$y = 0,4\eta\mu 2\pi\left(2\cdot\frac{11}{8} - 0,5x\right) \rightarrow y = 0,4\eta\mu 2\pi\left(\frac{11}{4} - 0,5x\right)\ (S.I.)$$

$$x_{\max} = \upsilon_K \cdot t \rightarrow x_{\max} = \frac{11}{2}m$$

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{\frac{11}{2}}{2} = \frac{11}{4} \rightarrow x = 2\lambda + \frac{3\lambda}{4}$$

Το στιγμιότυπο του κύματος απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



ΘΕΜΑ 4^{o}

Δεδομένα: $M = 10kg,\ R = 0,2m,\ I = MR^2,\ m = 20kg,\ g = 10m/s^2$

α. Ισορροπία του σώματος Σ:

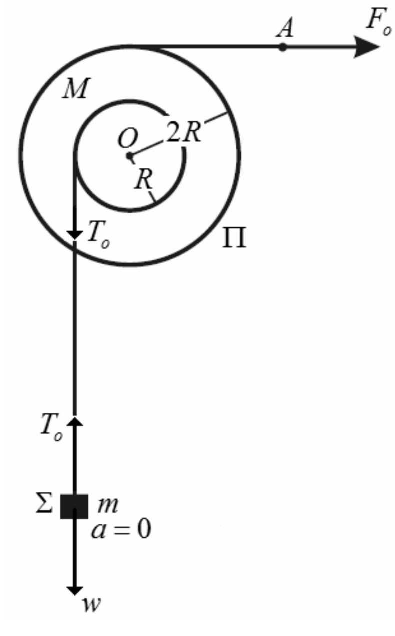
$T_o = w = mg\ (1)$

Ισορροπία του στερεού Π:

$$\Sigma\vec{\tau}_{/O} = 0 \xrightarrow{\alpha\lambda\gamma} T_o \cdot R - F_o \cdot 2R = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_o = \frac{T_o}{2} \xrightarrow{(1)} F_o = \frac{mg}{2} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{S.I.} F_o = 100N$$



β. Εφαρμόζουμε τους θεμελιώδεις νόμους της δυναμικής:

Για το σώμα Σ: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}\ (2)$

Για το στερεό Π: $\Sigma\vec{\tau}_{/O} = I \cdot \vec{a}_{\gamma}\ (3)$

Αλγεβρικά με θετικές τις φορές των επιταχύνσεων:

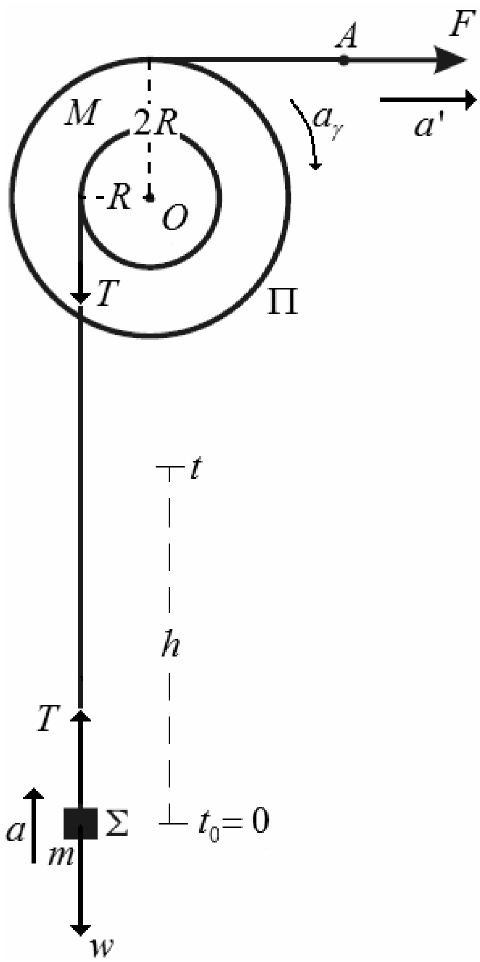
$T - mg = ma\ (2)$ και

$F \cdot 2R - T \cdot R = M \cdot R^2 \cdot a_{\gamma} \rightarrow$

$\rightarrow 2F - T = M \cdot R \cdot a_{\gamma}\ (3)$

Επειδή τα νήματα δε γλυστρούν, τα σημεία των περιφερειών των κυλίνδρων θα έχουν ίσες επιταχύνσεις με το σώμα Σ και το σημείο Α αντίστοιχα, οπότε θα ισχύει: $\left(a_{\gamma} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{R}\frac{d\upsilon}{dt}\right) \rightarrow$

$a_{\gamma} = \frac{\alpha}{R} = \frac{a'}{2R}\ (4)$



$$(2) + (3) \rightarrow 2F - mg = ma + MRa_{\gamma} \xrightarrow{(4)} 2F - mg = (m + M)a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{2F - mg}{m + M} \xrightarrow{S.I.} a = \frac{230 - 200}{30} m/s^2 \rightarrow a = 1 m/s^2$$

γ. Για το Σ: $h = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}} \xrightarrow{S.I.} t = 2s$

$\upsilon = at \xrightarrow{S.I.} \upsilon = 2m/s$

Την ίδια στιγμή το στερεό Π έχει γωνιακή ταχύτητα:

$\omega = \frac{\upsilon}{R} \xrightarrow{S.I.} \omega = 10 rad/s$, οπότε το μέτρο της στροφορμής του θα είναι:

$L = I \cdot \omega = MR^2\omega \xrightarrow{S.I.} L = 10 \cdot 0{,}04 \cdot 10 kg \cdot m^2/s \rightarrow L = 4 kg \cdot m^2/s$.

δ. Από την (4) προκύπτει ότι η επιτάχυνση του σημείου Α είναι: $a' = 2a \rightarrow a' = 2m/s^2$, οπότε σε $t = 2s$ το Α θα έχει μετατοπιστεί κατά $x = \frac{1}{2}a't^2 \xrightarrow{S.I.} x = 4m$

ε. Το έργο της F από $t_0 = 0$ έως $t = 2s$ θα είναι:

$W_F = F \cdot x \xrightarrow{S.I} W_F = 460J$.

Τη στιγμή $t = 2s$, το στερεό Π θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K_\Pi = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \omega^2 \xrightarrow{S.I.} K_\Pi = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,04 \cdot 100J \to K_\Pi = 20J$$

Οπότε το ζητούμενο ποσοστό θα είναι:

$\lambda = \frac{K_\Pi}{W_F} \to \lambda = \frac{20}{460} \simeq 0,0435$ ή $\lambda \simeq 4,35\%$.